

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓN A

JUNIO 2011

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones

$$S: \begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m + 1 \\ x + 3y + (m - 2)z = m - 1 \end{cases},$$

donde  $m$  es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

a) Todas las soluciones del sistema  $S$  cuando  $m = 2$ . (4 puntos).

b) Todos los valores de  $m$  para los que el sistema  $S$  tiene una solución única. (2 puntos).

c) El valor de  $m$  para el que el sistema  $S$  admite la solución  $(x, y, z) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$ . (4 puntos).

**Problema A.2.** En el espacio se dan las rectas  $r: \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$ . Obtener

**razonadamente:**

a) Un punto y un vector director de cada recta. (3 puntos).

b) La posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ . (4 puntos).

c) La ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ . (3 puntos).

**Problema A.3.** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$ . Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y las asíntotas de la función  $f(x)$ . (3 puntos).

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$ . (4 puntos).

c) La integral  $\int f(x) dx = \int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$ . (3 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2 - 1 \end{pmatrix}$ , donde  $m$  es un parámetro real.

- a) Obtener **razonadamente** el rango o característica de la matriz  $A$  en función de los valores de  $m$ . (5 puntos).
- b) **Explicar** por qué es invertible la matriz  $A$  cuando  $m = 1$ . (2 puntos).
- c) Obtener **razonadamente** la matriz inversa  $A^{-1}$  de  $A$  cuando  $m = 1$ , indicando los distintos pasos para la obtención de  $A^{-1}$ . **Comprobar** que los productos  $AA^{-1}$  y  $A^{-1}A$  dan la matriz unidad. (3 puntos).

**Problema B.2.** En el espacio se dan las rectas  $r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases}$  y  $s : \begin{cases} x - 1 = y = z - 3 \end{cases}$ . Obtener

**razonadamente:**

- a) Un vector director de cada una de dichas rectas  $r$  y  $s$ . (2 puntos).
- b) La ecuación del plano perpendicular a la recta  $r$  que pasa por el punto  $(0, 1, 3)$ . (3 puntos).
- c) El punto de intersección de las rectas  $r$  y  $s$  (2 puntos) y la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a estas rectas  $r$  y  $s$ . (3 puntos).

**Problema B.3.** Se desea construir un campo rectangular con vértices  $A, B, C$  y  $D$  de manera que:

Los vértices  $A$  y  $B$  sean puntos del arco de la parábola  $y = 4 - x^2$ ,  $-2 \leq x \leq 2$ , y el segmento de extremos  $A$  y  $B$  es horizontal.

Los vértices  $C$  y  $D$  sean puntos del arco de la parábola  $y = x^2 - 16$ ,  $-4 \leq x \leq 4$ , y el segmento de extremos  $C$  y  $D$  es también horizontal.

Los puntos  $A$  y  $C$  deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real positivo  $x$ .

Los puntos  $B$  y  $D$  deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real negativo  $-x$ .

Se pide obtener **razonadamente:**

- a) La expresión  $S(x)$  del área del campo rectangular en función del número real positivo  $x$ . (4 puntos).
- b) El número real positivo  $x$  para el que el área  $S(x)$  es máxima. (4 puntos).
- c) El valor del área máxima. (2 puntos).