

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$$
, dependiente del parámetro real  $a$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La solución del sistema cuando  $a = 2$ . (3 puntos)
- Los valores del parámetro  $a$  para los que el sistema es compatible y determinado. (3 puntos)
- El valor del parámetro  $a$  para el que el sistema es compatible e indeterminado y obtener todas las soluciones del sistema para ese valor de  $a$ . (2+2 puntos)

**Problema A.2.** Se dan el punto  $P = (1, 1, 1)$ , la recta  $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$  y el plano

$\pi: x + y + z = 1$ . Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, las ecuaciones de:

- El plano que contiene al punto  $P$  y a la recta  $r$ . (2 puntos)
- La recta  $s$  que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular al plano  $\pi$ , la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$  y el punto de intersección de la recta  $s$  con el plano  $\pi$ . (2+2+2 puntos)
- El plano  $\sigma$  que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ . (2 puntos)

**Problema A.3.** Se desea unir un punto  $M$  situado en un lado de una calle, de 6 m. de anchura, con el punto  $N$  situado en el otro lado de la calle, 18 m. más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde  $M$  hasta un punto  $P$ , situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto  $P$  hasta el punto  $N$ . Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que  $M = (0, 6)$ ,  $P = (x, 0)$  y  $N = (18, 0)$ . El cable  $MP$  tiene que ser más grueso debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10 €/m. El precio del cable  $PN$  es de 5€/m.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El costo total  $C$  de los dos cables en función de la abscisa  $x$  del punto  $P$ , cuando  $0 \leq x \leq 18$ . (3 puntos)
- El valor de  $x$ , con  $0 \leq x \leq 18$ , para el que el costo total  $C$  es mínimo. (4 puntos)
- El valor de dicho costo total mínimo. (3 puntos)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La comprobación de que  $C^2 = 2C - I$ , siendo  $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I$  la matriz identidad de orden  $3 \times 3$ , (2,5 puntos)  
y el cálculo de la matriz  $C^4$ . (2,5 puntos)
- b) El valor del determinante de la matriz  $(3A^4)(4A^2)^{-1}$ , sabiendo que  $A$  es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale  $-1$ . (3 puntos)
- c) La matriz  $B$  que admite inversa y que verifica la igualdad  $BB = B$ . (2 puntos)

**Problema B.2.** Sea  $T$  un tetraedro de vértices  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (3, 0, 0)$  y  $C = (0, 3, 0)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ , (1 punto)  
y las ecuaciones de la recta  $h_o$  perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $O$ . (2 puntos)
- b) El punto de intersección de la altura  $h_o$  y el plano  $\pi$ . (3 puntos)
- c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos  $A, B$  y  $C$ , (2 puntos)  
y el volumen del tetraedro  $T$ . (2 puntos)

**Problema B.3.** Dada la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ , para cualquier valor real  $x \neq 0$ , se pide obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ , (2 puntos)  
y los extremos relativos de la función  $f$ . (1 punto)
- b) Las asíntotas de la curva  $y = f(x)$ . (3 puntos)
- c) El área de la región plana limitada por la curva  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ ,  $1 \leq x \leq e$ ,  
el segmento que une los puntos  $(1, 0)$  y  $(e, 0)$ , y las rectas  $x = 1$  y  $x = e$ . (4 puntos)