

OPCIÓN A

Problema A.1. Se tiene el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} y - z = 1 - a \\ -x + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$$
, donde a es un parámetro

real. Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es compatible determinado (2 puntos).
- b) Las soluciones del sistema cuando $a = 3$ (4 puntos).
- c) Las soluciones del sistema para los valores de a que lo hacen compatible indeterminado (4 puntos).

Problema A.2. Dados los puntos $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ y $C(3,5,3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El valor del parámetro λ para que el segmento AC sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices A, B y C (3 puntos).
- b) El área del triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$ (4 puntos).
- c) La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$ (3 puntos).

Problema A.3. Dada la función $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$ se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$ (2 puntos).
- b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (4 puntos).
- c) El área limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$ (4 puntos).

OPCIÓN B

Problema B.1. Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, donde I es la matriz identidad. Calcular **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de a y b para los cuales $A^{-1} = aA + bI$ (3 puntos).
- b) Los valores de α y β para los cuales $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 puntos).
- c) El determinante de la matriz $2B^{-1}$, sabiendo que B es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es 2 (3 puntos).

Problema B.2. Dados el punto $A(5,7,3)$ y la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La recta s que corta a la recta r , pasa por el punto A , y es perpendicular a la recta r (4 puntos).
- b) La distancia del punto A a la recta r (3 puntos).
- c) La distancia del punto $B(1,1,1)$ al plano π que pasa por $(3, -1, 0)$ y es perpendicular a r (3 puntos).

Problema B.3. Se divide un alambre de longitud 100 cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud x , se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud $100 - x$, se construye un cuadrado. Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La función de la variable x que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo $0 \leq x \leq 100$ (4 puntos).
- b) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función (suma de las áreas en función de x obtenida en el apartado a) alcanza su mínimo valor (3 puntos).
- c) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido (3 puntos).