

OPCIÓN A

Problema A.1. Se da el sistema
$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$$
 donde α es un parámetro real. Obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La solución del sistema cuando $\alpha = 0$. (3 puntos)
- b) El valor del parámetro α para el que el sistema es incompatible. (3 puntos)
- c) Los valores del parámetro α para los que el sistema es compatible y determinado y obtener la solución del sistema en función del parámetro α . (2 puntos)

Problema A.2. Se dan los puntos $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ y $D = (1, 2, 0)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La ecuación del plano π que contiene a los puntos A , B y C . (3 puntos)
- b) La justificación de que los cuatro puntos A , B , C y D , no son coplanarios. (2 puntos)
- c) La distancia del punto D al plano π , (2 puntos)
y el volumen del tetraedro cuyos vértices son A , B , C y D . (3 puntos)

Problema A.3. Se da la función f definida por $f(x) = x^2 + |x|$, donde x es un número real cualquiera y $|x|$ representa al valor absoluto de x . Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El punto o puntos donde la gráfica de la función f corta a los ejes de coordenadas. (2 puntos)
- b) La justificación de que la curva $y = f(x)$ es simétrica respecto al eje de ordenadas. (1 punto)
- c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f , (2 puntos)
y el extremo relativo de la función f , justificando si es máximo o mínimo relativo. (1 punto)
- d) La representación gráfica de dicha curva $y = f(x)$. (1 punto)
- e) Las integrales definidas $\int_{-1}^0 f(x)dx$ y $\int_0^2 f(x)dx$. (1,5 + 1,5 puntos)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El determinante de las matrices $A \cdot (2(B)^2)$ (1,5 puntos)
y $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$. (1,5 puntos)
- Las matrices A^{-1} (2 puntos)
y $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$. (2 puntos)
- La solución de la ecuación matricial $A \cdot X + B \cdot X = 3I$. (3 puntos)

Problema B.2. Se dan los planos $\pi : x + y + z = 1$ y $\sigma : ax + by + z = 0$, donde a y b son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de a y b para los que el plano σ pasa por el punto $(1, 2, 3)$ y, además, dicho plano σ es perpendicular al plano π . (3 puntos)
- Los valores de a y b para los cuales sucede que el plano σ pasa por el punto $(0, 1, 1)$ y la distancia del punto $(1, 0, 1)$ al plano σ es 1. (3 puntos)
- Los valores de a y b para los que la intersección de los planos π y σ es la recta r para la que el vector $(3, 2, -5)$ es un vector director de dicha recta r , (3 puntos)
y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta r . (1 punto)

Problema B.3. La diferencia de potencial x entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad y , que está relacionada con la diferencia de potencial x por la ecuación $y = -x^2 - x + 6$, siendo $0 \leq x \leq 2$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La gráfica de la función $f(x) = -x^2 - x + 6$ (3 puntos)
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad y cuando la diferencia de potencial x es 0 y el valor de la diferencia de potencial x al que corresponde una intensidad y igual a 0, siendo $0 \leq x \leq 2$. (1 punto)
- El valor de la diferencia de potencial x para el que es máximo el producto $y \cdot x$ de la intensidad y por la diferencia de potencial x , cuando $0 \leq x \leq 2$, (2 puntos)
y obtener el valor máximo de dicho producto $y \cdot x$, cuando $0 \leq x \leq 2$. (1 punto)
- El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y el eje de ordenadas. (3 puntos)