

OPCIÓN A

Problema A.1. Se da el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} ax & - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x & + z = 2 \end{cases}$$
, donde a es un parámetro real.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es incompatible. (4 puntos)
- b) Todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (3 puntos)
- c) La solución del sistema cuando $a = -1$. (3 puntos)

Problema A.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) La recta paralela a r que pasa por el punto $(0,1,0)$. (3 puntos)
- b) El plano π que contiene a la recta r y es paralelo a s . (3 puntos)
- c) La distancia entre las rectas r y s . (4 puntos)

Problema A.3. Se da la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) Dominio y asíntotas de la función f . (2 puntos)
- b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f . (3 puntos)
- c) La integral $\int f(x) dx$. (3 puntos)
- d) El valor de $a > 4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 4$ y $x = a$ es $\ln(3/2)$. (2 puntos)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se da la matriz $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La comprobación de que $A^{-1} = 5^{-1}A'$, siendo A' la matriz traspuesta de A . (4 puntos)
- b) Los valores del parámetro real λ para los cuales $A - \lambda I$ no es invertible, siendo I la matriz identidad de orden 3. (3 puntos)
- c) El determinante de una matriz cuadrada B cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación $B^{-1} = B'$. (3 puntos)

Problema B.2. Se da el plano $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ y los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ y $C(0, 0, 3)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La ecuación implícita del plano σ que pasa por los puntos A , B y C , (2 puntos)
y la posición relativa de los planos σ y π . (2 puntos)
- b) El área del triángulo de vértices A , B y C . (3 puntos)
- c) Un punto P del plano π y el volumen del tetraedro cuyos vértices son P , A , B y C . (3 puntos)

Problema B.3. Cada día, una planta productora de acero vende x toneladas de acero de baja calidad e y toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y = \frac{23 - 5x}{10 - x}$, siendo $0 < x < \frac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los ingresos obtenidos en un día en función de x . (3 puntos)
- b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 puntos)
- d) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 puntos)